

Manual til risikostyring ved anvendelse af den bayesianske netværksmodel

RiBay

Af Svend Rasmussen, 14. marts, 2013

1. INTRODUKTION

Risikostyring beskæftiger sig med to hovedproblemer: 1) Hvordan man i bestræbelserne på at maksimere den forventede fortjeneste undgår tab, og 2) hvordan man - såfremt tab opstår – dækker disse tab.

Normalt indgår risikostyring som en integreret del af den økonomiske og produktionsmæssige styring af en virksomhed. Landmandens etablering og anvendelse af vandingsanlæg for at beskytte afgrøder mod tørke eller frost, vaccination af husdyr for at beskytte dem mod sygdomsangreb, dyrkning af flere afgrøder for at imødegå virkningen af store prisvariationer på enkelte afgrøder, tegning af kontrakter for at sikre leverancer af råvarer og mulighed for afsætning af produkter, opsparring af finansielle reserver med henblik på at kunne imødegå fremtidige tab, og tegning af forsikringer, er alle eksempler på styringsinstrumenter, som rutinemæssigt anvendes som en integreret del af den generelle styring af en landbrugsvirksomhed.

Spørgsmålet er imidlertid, i hvilken grad de anførte eksempler er udtryk for risikostyring og i hvilken grad, der er tale om styring med henblik på at maksimere den forventede fortjeneste. Hvis fx den forventede økonomiske gevinst ved vandingsanlæg er positiv, så er det ikke risikostyringsmotivet, der nødvendigvis er det centrale. Og måske giver dyrkning af flere afgrøder sådanne sædskiftemæssige fordele, at det under alle omstændigheder er en god ide at dyrke flere afgrøder, for derved at maksimere den forventede økonomiske gevinst. Det samme gælder andre former for diversificering af produktionen, hvor motivet måske ikke er risikostyring, men derimod economies of scope.

Når der i det følgende tales om risikostyring forudsættes det, at initiativer, der øger den forventede fortjeneste uden samtidig at øge risikoen, er gennemført på forhånd. Ligeledes forudsættes at risikostyrende tiltag, der kan gennemføres uden at det reducerer den forventede fortjeneste, også er gennemført på forhånd. *Med risikostyring menes altså her primært sådanne tiltag, som begrænser risikoen og som indebærer omkostninger* (reducerer den forventede fortjeneste). *Men risikostyring omfatter også muligheden for at slække på de allerede anvendte risikoreducerende tiltag for derved at spare omkostninger* (opnå højere forventet fortjeneste).

Udfordringen ved *risikostyring* er, at initiativer til begrænsning af risikoen for tab *indebærer omkostninger*. Enten *direkte* i form af fx forsikringspræmier, udgifter til pesticider og omkostninger ved etablering og anvendelse af vandingsanlæg, eller *indirekte* i form af fx lavere priser ved kontraktsalg af produkter, højere priser ved køb af råvarer på kontrakt og lavere udbytte ved

dyrkning af afgrøder og anvendelse af produktionssystemer, der giver mere sikre udbytter. Når man har som mål både at maksimere den forventede fortjeneste og minimere risikoen, så vil risikostyring altid være et spørgsmål om at afbalancere fordelene opnået ved reduktion af risikoen mod omkostningen herved.

Fordelene ved at reducere risikoen kan være flere. Nedbringelse af sandsynligheden for tab kan i sig selv have en værdi for landmanden, fordi tab i forhold til forventet – uanset tabets størrelse – altid opleves som ubehageligt. Men herudover kan tab være så store, at det har konsekvenser for landmandens evne til at overholde indgåede aftaler. Herved sættes landmandens troværdighed, omdømme og handlingsmuligheder på spil. Endelig kan tab være så store, at landmanden går fallit.

Mens det forekommer oplagt, at man ved risikostyring bør sikre sig imod, at virksomheden går fallit, så er spørgsmålet, i hvilken udstrækning man bør sikre sig mod de mindre drastiske konsekvenser. Skal man tillade en ”risikoprofil”, hvor dækningsbidraget har en forventet værdi på 4 mio. kr. men kan variere mellem 2 og 5 mio. kr. Eller er det bedre med en ”risikoprofil”, hvor det forventede dækningsbidrag er på 3,6 mio. kr. med en variation på mellem 3 og 4 mio. kr. Ser vi på risikoen for virksomhedens fallit, så er det vel svært at nedbringe sandsynligheden for fallit til 0,000000000 %. Men hvis den aktuelle sandsynlighed er 0,5 %, bør den da søges reduceret til 0,1 % eller kan man tillade sig at tage større risici, og evt. lade sandsynligheden stige til 0,9 % ?

Det er klart, at valget afhænger af omkostningen ved denne ændring af risikoen, sammenholdt med den forventede gevinst, der vil være forbundet hermed. Der findes ikke umiddelbart objektive metoder til at foretage denne afvejning. I den forbindelse skal også nævnes, at risikostyring ikke nødvendigvis drejer sig om at *reducere risikoen*. Måske er risikoen allerede reduceret til et så lavt niveau, at en lempelse af risikostyringen vil resultere i så store omkostningsbesparelser, at dette bør overvejes.

2. Hvordan håndteres risikostyring generelt

Med denne introduktion kan vi nu mere præcist beskrive, hvad risikostyring drejer sig om. Ved risikostyring skal der tages stilling til tre spørgsmål:

- a) I hvilken udstrækning skal risikoen imødegås/reduceres?
- b) Hvilke risikostyringsredskaber skal anvendes hertil?
- c) I hvilken prioriteringsrækkefølge skal disse redskaber anvendes?

Besvarelse af disse spørgsmål afhænger af den *tidshorison*, som betragtes. På det *lange sigt* er alle muligheder i princippet åbne, og større omlægning af produktion og ændring af produktionssystemer kan komme på tale, når man taler om justering af virksomhedens risikoprofil. På det *mellemlange sigt* må visse forhold (produktionssystem o.l.) tages for givne, og risikostyring må planlægges inden for de givne rammer. Endelig vil der på det helt korte sigt, hvor risikoen

faktisk materialiserer sig i manglende indbetalinger (eller højere udbetalinger) i forhold til budgettet, være tale om stillingtagen til anvendelse af likviditetsreserver.

Det er derfor hensigtsmæssigt at adskille risikostyring på forskellige niveauer som følger:

- Risikostyring på strategisk niveau (flere år)
- Risikostyring på taktisk niveau (1 år)
- Risikostyring på operativt niveau (dag-til-dag)

Risikostyring på det strategiske og taktiske niveau drejer sig om at indrette virksomheden på en sådan måde, at man kan *imødegå* usikkerheden og dens konsekvenser (ex ante styring). På det operationelle niveau drejer det sig om at træffe beslutninger om anvendelse af likviditetsreserver til at dække tab, når skaden er sket (ex post styring).

På det *strategiske niveau* er alle risikostyringsredskaber i princippet tilgængelige. På dette niveau drejer det sig om det langsigtede/overordnede valg af virksomhedsform/ejerform, finansieringsstruktur, valg af produktportefølje og hertil hørende valg af produktionssystem(er). Dette overordnede valg vil lægge rammerne for den risikoprofil, som virksomheden må operere indenfor ved planlægningen på det taktiske niveau.

På det *taktiske niveau* foregår risikostyringen som en del af den årlige planlægning, hvor der inden for de rammer (system), der er fastlagt på det strategiske niveau, tages stilling til det kommende års produktion og den hertil hørende planlægning af køb, salg og fordeling af ressourcer på aktiviteter. Afgrødevalg, salgs- og købsformer for produkter/produktionsfaktorer (salg/køb på spot eller kontrakt), tegning af forsikring, produktionsstyring, anvendelse af finansielle redskaber som futures, optioner, vejrderivater o.l. er de potentielle risikostyringsredskaber på dette niveau.

Mens risikostyring på det strategiske og taktiske niveau foregår på ex ante niveau (planer på budgetniveau), så er risikostyring på det *operative niveau* ex post, dvs. indsættes efter at udfaldet kendes. På dette niveau tages der på baggrund af planerne på det strategiske og taktiske niveau stilling til, hvordan afvigelser mellem forventede/budgetterede og faktiske nettoindbetalinger (positive eller negative) skal dækkes – ved lånoptagelse, ved afhændelse af aktiver eller ved indskud af egenkapital.

3. Hvilken del af risikostyringen kan RiBay håndtere

Den model (RiBay), som nærmere omtales i det følgende, er udviklet med henblik på svinebedrifters risikostyring på det taktiske niveau. Hvis vi betragter de i starten af afsnit 2 anførte spørgsmål a), b) og c), så kan RiBay altså *ikke* besvare *spørgsmål a)*. Beslutning om virksomhedens *overordnede risikoprofil* og dermed stillingtagen til i hvilken udstrækning risikoen skal imødegås/reduceres, forudsættes taget i en anden sammenhæng. Derimod behandler RiBay spørgsmål b), idet der fokuseres på anvendelse af relevante risikostyringsredskaber på det taktiske niveau, og spørgsmål c) kan også besvares ved gentagen anvendelse af RiBay.

RiBay er *ikke* beregnet til risikostyring på det *strategiske niveau*. Planlægning af langsigtede omlægninger herunder omlægninger af virksomhedens overordnede ”risikoprofil” (tidshorisont flere år) forudsættes således behandlet i anden sammenhæng.

RiBay beskæftiger sig alene med risikostyring på det taktiske niveau, altså på det niveau, hvor også den årlige planlægning og hertil hørende budgettering af virksomhedens indtjening hører til. Dette indebærer beregningsteknisk betydelige fordele, idet en stor del af de data, som skal anvendes ved den egentlige risikostyring, allerede er tilgængelige i form af data anvendt ved den årlige planlægning og budgettering.

Der er naturligvis også ulemper forbundet med den 1-årige planlægningshorisont. Det er således i princippet ikke muligt at belyse og sammenligne risikostyringsværktøjer, som har forskellig løbetid *inden for året*, eller som er placeret i forskellige dele af året. Effekten af priskontrakter, der har løbetid på fx 3 eller 6 måneder forudsættes således med en 1-årig horisont jævnet ud over hele året. Men dette er jo også tilfældet, når man ser på årsbudgettet. Den løbende risikostyring (justering af planer og aktiviteter) over året kan heller ikke behandles inden for rammerne RiBay. Der er imidlertid ingen principiel hindring for at man kan foretage en rullende anvendelse af RiBay, således at det fx blev bragt i anvendelse hver tredje måned baseret på ny (opdateret) information. Men dette vil stille øgende krav til data mv., så en egentlig anvendelse af modellen på denne måde vil reelt forudsætte en tilsvarende løbende opdatering af 1-års budgettet baseret på opdateret information. Så indtil videre forudsættes modellen anvendt én gang om året i forbindelse med den årlige budgettering på kalenderårsniveau.

4. Kvantificering af risiko

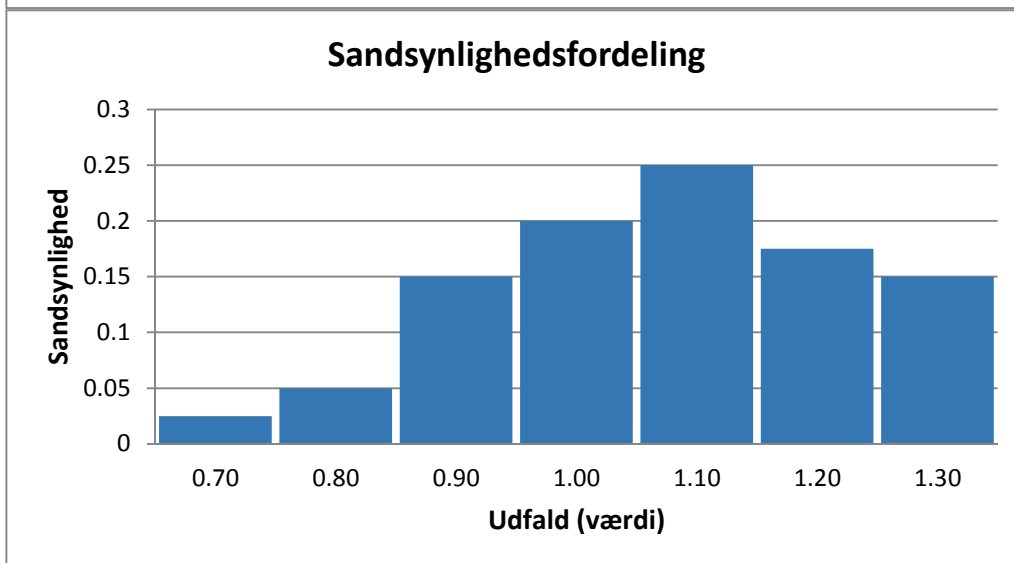
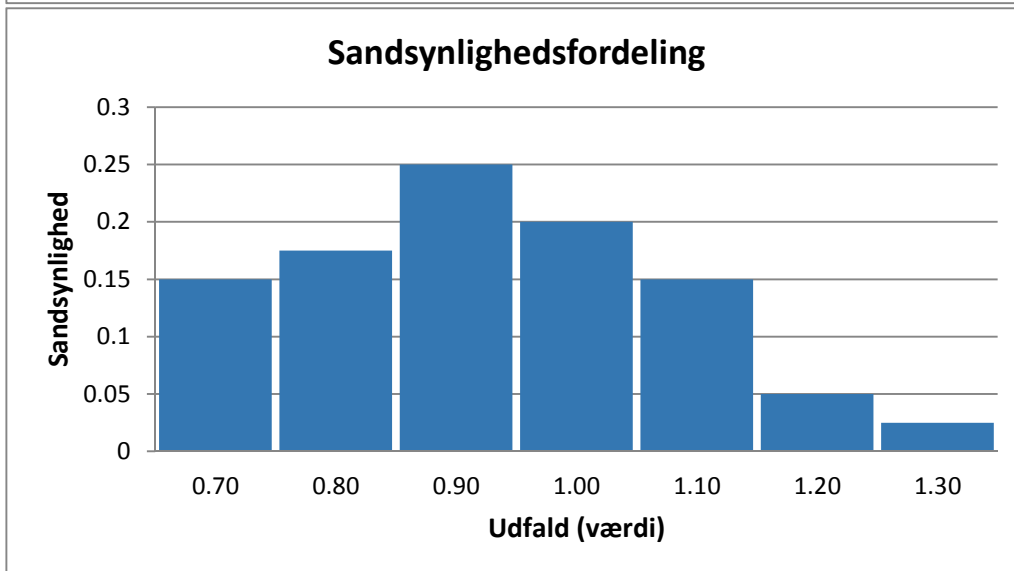
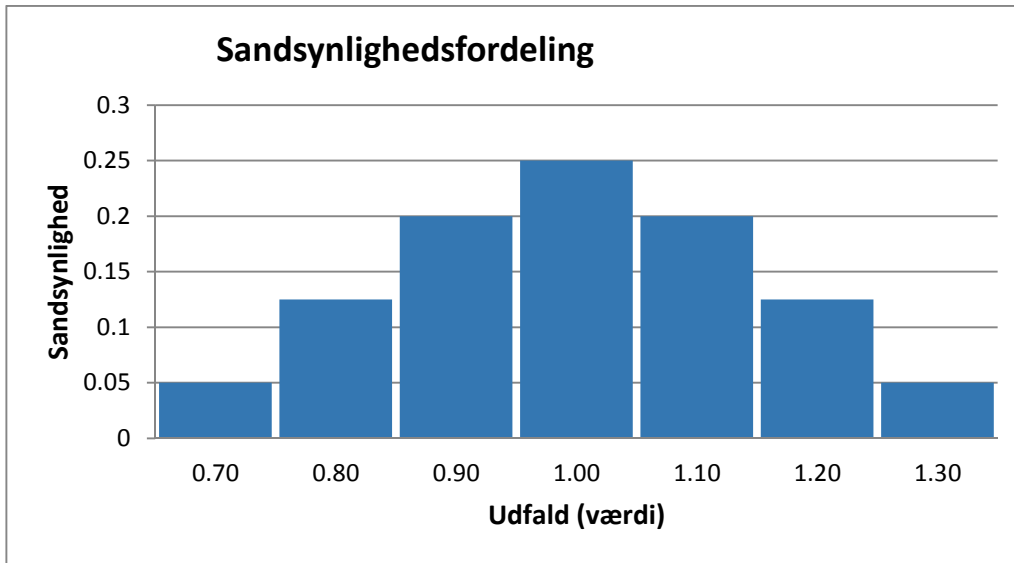
Usikkerhed defineres som muligheden for at et *udfald afviger fra det forventede*. Muligheden for, at det økonomiske resultat kan afvige fra det budgetterede, er således udtryk for usikkerhed. Den ubehagelige del af usikkerheden betegnes risiko. Risiko er således udtryk for at der er mulighed for et lavere økonomisk resultat end det budgetterede. Risiko (dvs. negative afvigelser) er naturligvis i fokus, når man taler risikostyring.

Det er imidlertid ikke blot de negative afvigelser, der er interessante. Positive afvigelser er også interessante, fordi de kan opveje negative afvigelser. Lavere priser end forventet kan opvejes af højere høstudbytte end forventet. Og underskud det ene år kan opvejes af overskud i det følgende.

Positive og negative afvigelser (usikkerhed) kan grafisk kvantificeres i form af sandsynlighedsfordelinger. Afhængig af, om der er tale om kontinuerte variable (fx priser), som kan antage alle mulige værdier, eller der er tale om fx terningkast, som kun kan antage (seks) diskrete værdier, kan man tegne sandsynlighedsfordelingen som en jævn kurve, eller – som vist på næste side - på histogramform med diskrete værdier. Hvis man betragter den øverste af de tre figurer og anvender tallene her, kan det beregnes, at det forventede udfald er 1. Søjlerne i figuren illustrerer udfald omkring denne beregnede forventede værdi. I den øverste figur er der således en sandsynlighed for udfaldet 1 på 0,25 (25 %), og et udfald på 1,30 har en sandsynlighed på 0,05 (5 %).

Man kan også anvende histogramformen, selv om der er tale om kontinuerte variable. Søjlen med værdien 1 i øverste figur på næste side refererer da blot til intervallet $0,95 - 1,05$, og søjlen med værdien 1,20 refererer til intervallet $1,15 - 1,25$.

Sandsynlighedsfordelinger er generelt afhængige af (betingede af) andre forhold. (Selv sandsynligheden for i et terningspil at slå en 6'er er betinget af andre forhold, nemlig at tegningen ikke er falsk!). Det gælder også de usikre forhold (priser og udbytter) som gør sig gældende i landbruget. Antag fx at den øverste figur på næste side udtrykker sandsynlighedsfordelingen for prisen på korn (variabel A udtrykker prisen på korn) *betinget af* prognoser om normal kornproduktion på verdensplan. Hvis prognoserne for den globale kornproduktion derimod meddeler udsigt til høj kornproduktion, så er der højere sandsynligheder for lavere kornpriser, hvilket er illustreret i den midterste figur på side 6. Hvis prognoserne for den globale kornproduktion derimod meddeler udsigt til lav kornproduktion, så er der højere sandsynligheder for højere kornpriser, hvilket er illustreret i den nederste figur på side 6.



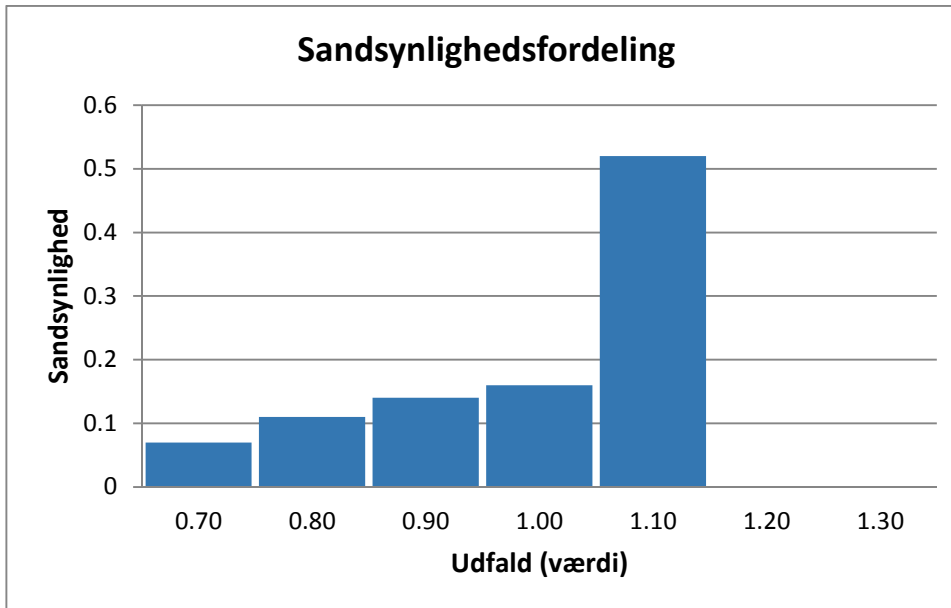
Dette lille eksempel illustrerer den måde, hvorpå usikkerhed/risiko beskrives i dette program, nemlig i form af *betingede sandsynligheder*. I det netop omtalte eksempel er sandsynlighederne *betinget af prognoser*.

Men sandsynlighedsfordelinger kan også være betingede af andre forhold. Antag fx at udfaldene i figurerne på side 6 er udtryk for den relative produktion af smågrise, dvs. at 1 er udtryk for en normal produktion, og at den øverste figur illustrerer usikkerheden under gængse produktionsforhold (fx normal sundhedsstatus eller produktionssystem). Er der tale om en anden sundhedsstatus/et andet produktionssystem kan sandsynlighedsfordelingen være en anden. Den midterste figur på side 6 kan således udtrykke sandsynlighedsfordelingen i et dårligere produktionssystem, mens den sidste figur på side 6 er udtryk for sandsynlighedsfordelingen i et bedre produktionssystem. Sandsynlighederne kan altså være *betingede af systemvariable*.

Et tredje eksempel er knyttet til samvariationen mellem forskellige stokastiske variable. Antag fx at figurerne på side 6 udtrykker sandsynlighedsfordelinger for udbytte af byg, og hvor den øverste figur viser sandsynlighedsfordelingen for bygudbytter under "normale" forhold. Hvis man dyrker både hvede og byg, og man nu af en eller anden årsag betragter muligheden for at få et lavt udbytte af *hvede*, så er det vel rimeligt at formode, at der til et *lavt hvedeudbytte* også er knyttet et *lavt bygudbytte*, idet udbyttet af byg og hvede er betinget af de samme vejrforhold (klima).

Sandsynligheder for lave *bygudbytter* vil derfor være højere, hvis vi betragter lave *hvedeudbytter*. Dette er illustreret i den midterste figur på side 6, som er sandsynlighedsfordelingen for bygudbyttet betinget af et lavt hvedeudbytte. Omvendt gælder, at sandsynlighed for høje *bygudbytter* vil være højere, hvis vi betragter høje *hvedeudbytter*. Dette er illustreret i den nederste figur på side 6. Sandsynlighedsfordelingen for *udbytter af byg* er altså *betinget af* den konkrete forventning vedrørende *udbyttet af hvede*. Tilsvarende samvariationer kan tænkes mellem andre stokastiske variable, som fx mellem priser og udbytter, hvor sandsynlighedsfordelingen for priser er betinget af, hvilket udbytte, der regnes med.

Det sidste eksempel vedrører anvendelse af risikostyringsredskaber. Hvis man vælger løbende (fx ugentlige) indkøb af foder til de på købstidspunktet gældende priser (spotpriser) over året, så vil sandsynlighedsfordelingen for foderpriser måske svare til den øverste figur på side 6, hvor 1 igen udtrykker den forventede pris. Anvendes derimod et risikostyringsredskab, som fx er en priskontrakt, der indebærer en maksimalpris på 1,10, så ser sandsynlighedsfordelingen måske ud som i følgende figur på side 8. Eksemplet viser, at sandsynlighedsfordelingen er *betinget af valg af risikostyringsredskab*.



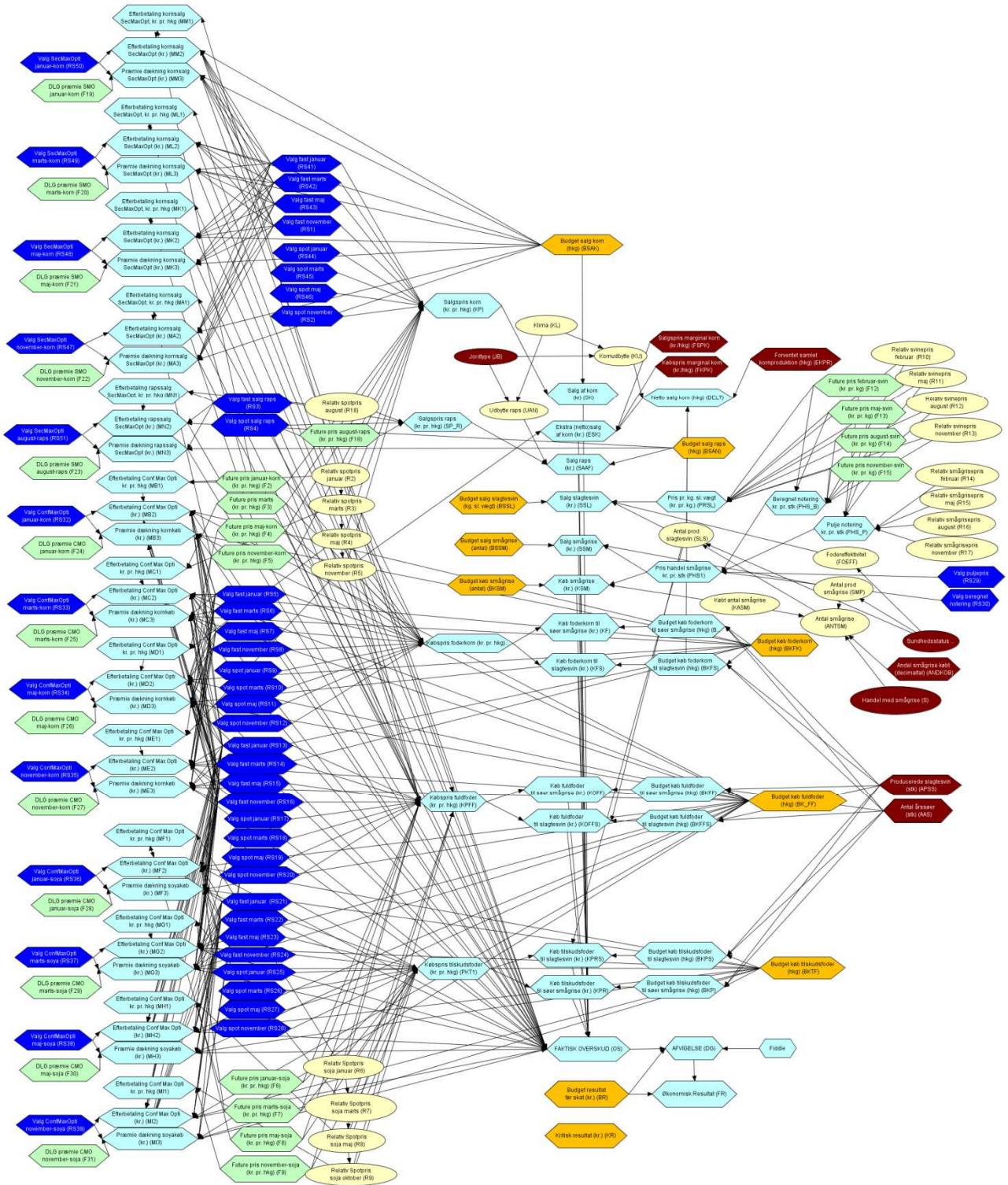
Sammenfattende kan man altså tale om fire forskellige former af betingede sandsynlighedsfordelinger: 1) Sandsynlighedsfordelinger betinget af *prognoser*, 2) Sandsynlighedsfordelinger betinget af *produktionssystem*, 3) Sandsynlighedsfordelinger betinget af *samvariation mellem variable*, og 4) Sandsynlighedsfordelinger betinget af *risikostyringsredskab*. Alle disse fire former af betingende sandsynligheder er kernen i den bayesianske netværksmodel, som er ”regnemaskinen” i RiBay, og som kort skal præsenteres i det følgende.

5. Bayesiansk netværksmodel

Det bayesianske netværk, som er beregningsmodellen i RiBay, er opbygget som en graf af knuder, som vist i følgende figur 1 på side 9.

Den *første type* (de *lysegule* knuder) er modellens stokastiske variable, beskrevet ved betingede sandsynligheder for de mulige udfald. De mulige udfald er udtrykt relativt, dvs. i forhold til en forventet værdi på 1. Disse knuder omfatter fire typer, svarende til de fire typer af betingede sandsynligheder omtalt i det foregående. Disse sandsynlighedsfordelinger kan være betingede af system (fx er sandsynlighedsfordelingen for *Antal prod smågrise* betinget af *Sundhedsstatus*), af samvariation mellem variable (fx er sandsynlighedsfordelingerne for *Kornudbytte* og *Udbytte raps* begge betinget af samme *Jordtype*), og af forudgående udfald (fx er sandsynlighedsfordelingen for *Relativ spotpris marts* (R3) betinget af udfaldet af den relative spotpris for januar (R2)).

Den *anden type* (de *bordeaux-farvede* knuder) omfatter systembeskrivelser. Den *tredje type* (de *mørkeblå* knuder) er risikostyringsinstrumenter.



Figur 1. Det bayesianske netværk i RiBay

Herudover omfatter netværket nogle orange, lysegrønne og lyseblå knuder. De *orange* er budgetposter fra 1-årsbudgettet. De lysegrønne knuder omfatter dels oplysninger om priser på DLG's finansielle instrumenter (figurens venstre side) og dels forventede priser på korn, raps, soja og svinekød, som i modellen er afbildet ved futurepriser. De lyseblå er simple beregningskasser/beregningsknuder, hvor der foretages beregninger baseret på input fra de tilgrænsende knuder. Specielt bemærkes den midterste kolonne af lyseblå knuder, hvori der foretages beregning af de økonomiske delresultater, som forinden opsamles i det faktiske overskud (OS) af de anførte aktiviteter.

Modellen er udviklet med henblik på risikostyring på svinebedrifter. Modellen kan håndtere både specialiseret smågriseproduktion, specialiseret slagtesvineproduktion og integreret produktion. Svineproduktionen kan være kombineret med produktion af salgsafgrøder, herunder produktion af korn til eget forbrug eller til salg. Modellen fokuserer på den usikkerhed, der er knyttet til de centrale poster i bedriftens dækningsbidrag, herunder usikkerheden knyttet til produktionen (producerede smågrise, producerede slagtesvin, udbytte af korn og andre afgrøder) og til priserne (smågriseprisen, prisen på slagtesvin, kornprisen og priserne på foder).

Anvendelse af modellen forudsætter at der forud som minimum er lavet et 1-års dækningsbidragsbudget med specifikation af produktion og foderforbrug opgjort i mængder. De centrale mængdemæssige poster fra dækningsbidragsbudgettet skal brugeren nemlig indtaste manuelt til modellen. Det drejer sig om de poster, der er vist i de orange knuder i figur 1. Herudover forudsætter anvendelse af modellen, at der indtastes en række "systemvariable" (de rødbrune knuder), som dels omfatter nogle få centrale oplysninger om produktionssystemet (sundhedsstatus, køb eller salg af smågrise, forventet samlet kornproduktion og andel af foderkorn, der købes), og dels omfatter oplysninger om forventede priser på det, der i modellen betegnes *marginalt korn*, dvs. priserne ved salg af overskudskorn henholdsvis køb af underskudskorn.

Forventede priser (prisprognoser) på produkter og foder forudsættes indlæst af den modelansvarlige¹ forud, idet disse priser antages at vil være fælles for alle brugere. Det drejer sig om de priser, som i figur 1 er afbildet i de lysegrønne knuder.

6. Netværksberegninger

Det vil føre for vidt her at redegøre for de tekniske og matematiske detaljer i modellen. Men isoleret set kan anvendelsen kort beskrives som følger:

- 1) Først indtastes budgetterede mængder samt budgetteret økonomisk resultat før skat (BR) og kritisk resultat (KR) (orange knuder). Hertil kommer de værdier, der beskriver produktionssystem og øvrige beregningsforudsætninger (værdi af bordeauxfarvede knuder).²

¹ Videncentret for Landbrug (VfL) vil indtræde som modelansvarlig.

² Priserne i de lysegrønne knuder forudsættes indlæst af den modelansvarlige forud

- 2) Herefter vælges den ønskede risikostyring (værdi af blå knuder). Ved første kørsel med modellen indtastes den risikostyring, som faktisk/normalt anvendes, dvs. den risikostyring, som er forudsat i det indtastede økonomiske resultat før skat (BR).
- 3) Når betingelserne i form af værdierne af de bordeauxfarvede og blå knuder er fastlagt (og de lysegrønne knuder på forhånd er indlæst (se fodnote 1)), aflæser modellen automatisk de hertil hørende betingede sandsynlighedsfordelinger i de gule knuder. Dette danner grundlag for anvendelse af modellen til stokastisk simulation, som *i princippet* foregår som følger: Først trækker modellen en værdi fra de lysegule knuders betingede sandsynlighedsfordelinger. Værdierne fra de lysegule overføres herefter til tilgrænsende lyseblå knuder, hvor det faktiske (simulerede) økonomiske resultat beregnes derved, at den trukne værdi fra den lysegule knude multipliceres med de forventede værdier og de indtastede (budgetterede) mængder i de orange knuder.
- 4) Modellen foretager nu automatisk stokastisk simulering 10.000 gange, og man kan herefter foretage statistisk analyse, herunder beregne gennemsnitligt simuleret økonomisk resultat og variation (standardafvigelse) herpå, ligesom sandsynligheden for at det simulerede økonomiske resultat bliver mindre end et i forvejen angivet kritisk resultat kan beregnes.
- 5) Proceduren fra 2) til 4) gentages, idet man for hver gentagelse vælger nye niveauer af risikostyring. Herefter kan man sammenligne effekten af forskellige former for risikostyring ved at sammenholde gennemsnitligt økonomisk resultat, variationen herpå og risikoen for udfald under et kritisk resultat for hvert af de afprøvede niveauer af risikostyring.

7. Data

7.1 Betingede sandsynligheder

De betingede sandsynligheder i de lysegule knuder er fastlagt i forbindelse med modeludviklingen. Databasen over landbrugsregnskaber fra Institut for Fødevarer- og Ressourceøkonomi (tidligere Fødevarerøkonomisk Institut (FOI)) for perioden 1990-2007 har dannet grundlag for estimation af de betingede sandsynligheder knyttet til den fysiske produktion. De betingede sandsynligheder vedrørende priser på korn og soja er estimeret baseret på statistik fra DLG over udviklingen i futurepriser fra budgettidspunkt (15. oktober) til udløb af de respektive futures. Sandsynlighedsfordelinger for svin og smågrise er skønsmæssige værdier, idet det ikke har været muligt at fremskaffe et datagrundlag, som kunne danne grundlag for egentlig estimation. De betingede sandsynligheder ligger således ”fortrykt” i modellen, og kan ikke ændres af brugeren.

7.2 Prognoser

Forventede priser udtrykkes i modellen ved futurepriser. Det er hensigten at Dansk Landbrugs Grovvarereselskab (DLG) ved fremtidig anvendelse af modellen leverer disse futurepriser for korn, raps og soja. Tilsvarende leverer Videncenter for Svineproduktion (VSP) årligt futurepriser for svin.

Futurepriserne anvendes således som prognoser og vil være fortrykt i modellen gennem årlig opdatering af den modelansvarlige.

Inddragelse af futurepriser som prisprognoser i programmet skal tilgodese den antagelse, at landmænd i deres planlægning anvender de "bedste" prisforventninger. Disse "bedste" prisforventninger vil formentlig i mange tilfælde være identiske med eller tæt på futurepriser. Ved at lade valget af sandsynlighedsfordeling være specifik for hver termin får man en mere realistisk afbildning af usikkerheden i forhold til budgettet.

7.3 Systemvariable

Sundhedsstatus, **Jordtype** samt angivelse af **Handel med smågrise** indtastes ved at vælge mellem på forhånd fastlagte muligheder. Med hensyn til handel med smågrise kan man vælge mellem to muligheder: *Køb* eller *Salg*. Den nuværende version af modellen forudsætter at man *enten* køber *eller* sælger smågrise. Hvis man hverken køber eller sælger (dvs. anvender alle smågrise til produktion af slagtesvin) vælger man også muligheden *Salg*.

Andel smågrise købt indtastes som relative værdier i form af decimaltal. **Andel smågrise købt** angiver – ved decimaltal - hvor stor en del af de indsatte smågrise i slagtesvineproduktionen, der er indkøbte smågrise. De øvrige systemvariable angives i mængder. **Forventet samlet kornproduktion** angives i hkg. Oplysninger forventet samlet kornproduktion anvendes i modellen til at beregne, hvor stor indflydelse afvigende vejrforhold (og dermed afvigende kornudbytter) har på den mængde korn, der skal købes (ekstra), hvis det bliver dårligt vejr, henholdsvis den mængde korn, der kan sælges (ekstra), hvis vejret bliver bedre end forventet. Systemvariablen **Købspris marginal korn** skal derfor udtrykke prisen for det korn, der skal købes (ekstra), hvis kornudbyttet bliver lavere end forventet, og tilsvarende skal **Salgspris marginal korn** udtrykke prisen for det (ekstra) korn, der kan sælges, hvis kornudbyttet bliver højere end forventet. **Antal årssøer** og **Producerede slagtesvin** er de antal, som fremgår af budgettet, og skal oplyses for at give modellen mulighed for at beregne afvigelsesernes betydning for foderforbrug mv.

7.4 Risikostyringsinstrumenter

I praksis findes der mange risikostyringsinstrumenter og intensiteter af anvendelse heraf. I den foreliggende model, som fokuserer på risikostyring på det taktiske niveau, er det valgt alene at fokusere på den risikostyring, der påvirker dækningsbidraget, og i den forbindelse alene at medtage styring af risikoen knyttet til priser.³

³ Risikostyring af produktion i form af alternative niveauer af tilsyn og overvågning, anvendelse af pesticider, vanding, mv. er således ikke medtaget i modellen.

Styring af prisrisiko omfatter to yderligheder: Den ene yderlighed er totalt fravær af risikoafdækning, hvilket indebærer, at man over perioden (her året) køber (sælger) på spot⁴ til de aktuelt gældende (spot)priser. Den anden yderlighed er, at man indgår fastpris kontrakt (fremtidskontrakt ved handel på termin) gældende for hele periodens forbrug (produktion), idet kontrakten både omfatter pris, mængde og tidspunkt for levering. Mellem disse to yderligheder findes der en række mellemformer baseret på fx futures og optioner.

Når det drejer sig om køb og salg af korn/foder, anvender RiBay DLG's såkaldte risk management produkter Secure Max Opti og Confidence Max Opti som mellemform. Mellemformen omfatter altså muligheden for at supplere køb og salg på fastpriskontrakt med en "prissikring", som mod betaling af en præmie (afgift) sikrer mod tab af en ellers mulig gevinst ved efterfølgende prisændringer.

Når det drejer sig om priser på køb og salg af svin, er der i Danmark ingen egentlig tradition for risikostyring. Det er ikke muligt at tegne fremtidskontrakter, hverken på køb eller salg af svin. Der findes heller ikke i Danmark markeder for handel med svinefutures eller svineoptioner. I udlandet findes sådanne børser (fx i Amsterdam og Frankfurt), men transaktionsomkostningerne er åbenbart så høje, at det ikke er nogen realistisk mulighed. For svinenes vedkommende består risikostyringsmulighederne i RiBay derfor alene af muligheden for at handle smågrise til pulje eller at handle til beregnet notering (Beregnet).

Når man skal vælge risikostyring sker det altså for korn og foderstoffers vedkommende ved at man vælger andele (decimalform) af det pågældende produkt (salg af korn, køb af korn, køb af tilskudsfoder, køb af fuldfoder) handlet til henholdsvis spotpriser og til fastpriser. Herudover træffes der beslutning om, hvor store andele af det potentielt mulige, der skal "prissikres" med Secure Max Opti og Confidence Max Opti. For svin er det alene muligt at vælge prisform (pulje eller beregnet) for handel med smågrise.

Ved *første* kørsel af modellen vælges de niveauer af risikostyring, som er forudsat i budgettet. Ved senere kørsel af modellen kan alternative niveauer af risikostyring afprøves.

7.5 Budgettal

Budgettallene i form af producerede mængder af korn, raps, svinekød og smågrise og indkøbte mængder af korn, fuldfoder, tilskudsfoder og smågrise hentes direkte fra 1-års budgettet, som er udarbejdet forud for anvendelse af RiBay. Det forudsættes, at de budgetterede mængder er udtryk for landmandens forventede mængder, herunder forventede høstudbytter under anvendelse af de på bedriften (normalt) anvendte risikostyringsinstrumenter. Det niveau af risikostyring, der er forudsat i budgettet (budgetteret resultat før skat), skal indtastes som "Faktisk" risikostyring ved første anvendelse af modellen.

⁴ Ved køb og salg på spot forstås, at varer købes, når behovet opstår, og at varer sælges når de foreligger (er færdigproducerede)

For hver kørsel med modellen baseret på et forud valgt niveau af risikostyring (scenarium), foretager modellen en beregning af forventet (simuleret) økonomisk resultat baseret på de i modellen indlagte forventede priser og der angives en variation på økonomisk resultat i form af frekvensfordelinger (se senere).

8. Beregning af faktisk (simuleret) økonomisk resultat

Som tidligere nævnt foregår beregning af det faktiske (simulerede) økonomiske resultat i de lyseblå, sekskantede kasser derved, at de budgetterede mængder multipliceres med priserne, der – afhængig af den valgte risikostyring – afhænger af forventede priser (futurepriser i lysegrønne knuder) og stokastiske afvigelser (lysegule knuder). De stokastiske effekter i modellen udtrykkes ved relative tal, idet tallet er lig med 1, hvis priserne svarer til de forventede (udfald af de stokastiske variable svarer til forventet værdi), mens tallet er højere end 1 (lavere end 1) hvis priserne er højere (lavere).

For køb og salg af korn kompliceres beregningerne af, at afvigelser i det økonomiske resultat kan skyldes både pris- og mængdeændringer. Effekten af prisændringer håndteres på sædvanlig vis ved at multiplicere den budgetterede mængde med prisen. Effekten af mængdeændringen (kan skyldes afvigelse i antal producerede slagtesvin og afvigelse i høstudbytte) håndteres i knuden ”Netto salg korn”.

9. Resultatmål og fortolkning

Resultaterne fra modelkørslerne foreligger i form af frekvensfordelinger af simuleret overskud for hvert af de afprøvede risikostyringsscenarier. Udskriften omfatter både en grafisk præsentation af frekvensfordelingen samt nøgletal omfattende gennemsnitligt overskud (middelværdi), variationen på overskuddet (standardafvigelsen) og den relative frekvens af overskud under det indtastede kritiske resultat.

Resultatudskriften for basisscenariet er naturligvis interessant, idet den viser konsekvensen af at gennemføre den plan, som er forudsat i 1-års budgettet. Det forventede overskud kender man naturligvis i forvejen fra budgettet, men beskrivelsen af usikkerheden (variationen omkring det forventede overskud) er ny. Særligt interessant er den relative frekvens hvormed overskuddet falder under *kritisk resultat*, men fortolkningen afhænger naturligvis af, hvad man mener med kritisk resultat. Der er hverken i teori eller praksis udviklet nogen formel definition på, hvad man forstår ved kritisk resultat. Men det forekommer hensigtsmæssigt at knytte begrebet kritisk resultat til størrelsen af virksomhedens *likviditetsreserver*, og at definere kritisk resultat som det overskud, under hvilket likviditetsreserverne ikke slår til, og hvor der derfor må iværksættes ekstraordinære tiltag for at dække likviditetsunderskud.

Hvis det kritiske resultat som her defineret har en relativ frekvens på fx 8 %, så er det næppe acceptabelt. Men det afhænger naturligvis af, hvor alvorlig en afvigelse er. Hvis et overskud under

det kritiske resultat "kun" indebærer at visse aftaler (kontrakter) ikke kan overholdes - uden drastiske konsekvenser i øvrigt - så er en relativ frekvens på 8 % måske acceptabel, især hvis det forventede overskud er tilstrækkelig højt. Men det må bero på en (subjektiv) afvejning.

Generelt gælder at det sjældent er muligt at benytte objektive kriterier til bedømmelse af resultatmålene. Der vil oftest være tale om subjektive afvejsninger, som beror på landmandens (bankens?) vilje og evne til at påtage sig risiko.

Som nævnt kender man i forvejen det forventede økonomiske resultat fra 1-års budgettet. Det forudsættes derfor, at der allerede under budgetteringen er taget stilling til, om det forventede økonomiske resultat er acceptabelt, eller om der er behov for ekstraordinære tiltag, som fx større omlægninger af produktion eller finansiering eller ligefrem afvikling af bedriften. Det centrale resultatmål fra kørsel af udgangsscenarioet er derfor ikke det forventede økonomiske resultat, men derimod variationen i det økonomiske resultat, herunder specielt sandsynligheden af et økonomisk resultat *under* kritisk resultat. Hvis et overskud under kritisk resultat vurderes at forekomme for ofte, kan dette i sig selv betinge, at der må iværksættes planlægning af ekstraordinære tiltag som fx større omlægning af produktionen eller finansiering eller evt. afvikling af bedriften. Denne opgave hører under strategisk risikostyring, som den foreliggende model *ikke* sigter på. Vi vender tilbage til denne problemstilling i slutningen af dette afsnit.

Resultaterne for de alternative scenarier (alternative niveauer af risikostyring) kan ikke betragtes isoleret, men giver alene mening, når de sammenlignes med resultaterne fra basisscenarioet. Ved denne sammenligning gælder som udgangspunkt følgende:

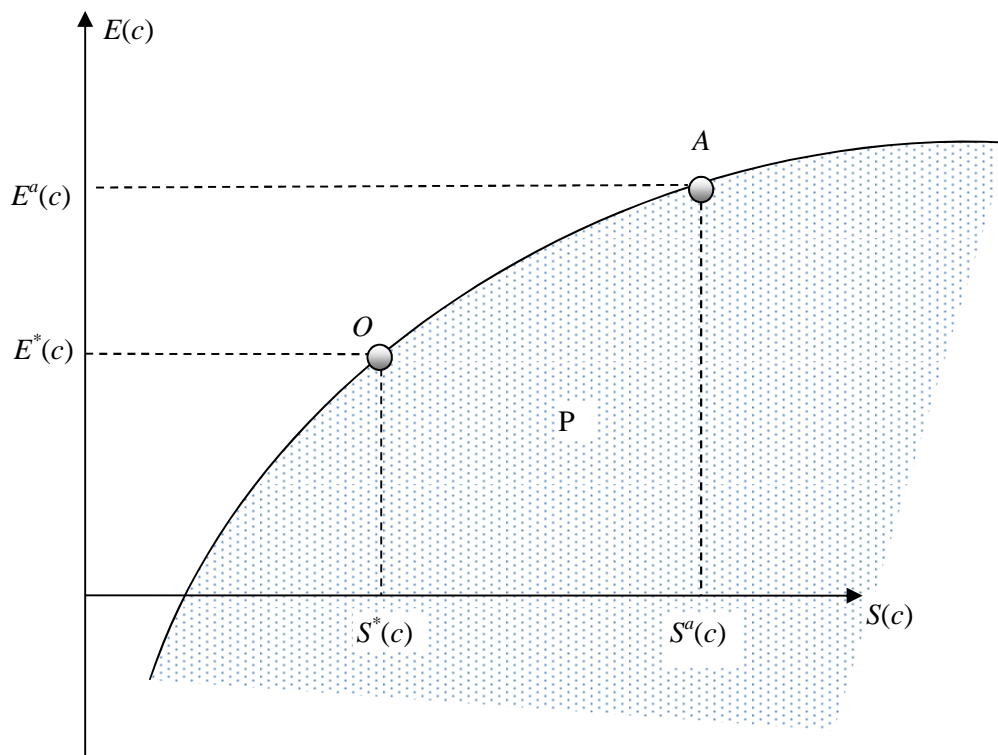
- 1) Hvis et alternativ giver et højere gennemsnitligt overskud uden at den relative frekvens, hvormed overskuddet falder under kritisk resultat, øges, så er alternativet bedre end basis og bør ubetinget iværksættes.
- 2) Hvis et alternativ giver en lavere relativ frekvens af overskud under det kritiske resultat uden at det gennemsnitlige overskud reduceres, så er alternativet bedre end basis og bør iværksættes.

Som det fremgår, kan man altså i visse tilfælde objektivt fastslå, om et alternativ er bedre end basis, ligesom man kan fastlægge, hvilket alternativ, der er bedst. Men hvis udgangspunktet (basisscenarioet) er en i forvejen velovervejet plan, så er det normalt vanskeligt at opnå *både* stigende gennemsnitligt overskud *og* lavere risiko ved at ændre på risikostyringen. De alternative scenarier vil normalt vise, enten højere gennemsnitligt overskud *og* større risiko, eller lavere gennemsnitligt overskud *og* lavere risiko. Og i sådanne tilfælde er det *ikke* muligt at give éntydige anbefalinger som i punkt 1) og 2). Derimod må der foretages en afvejning. Hvis fx det gennemsnitlige overskud i alternativ 1 er kr. 125.000 højere end i basis, mens den relative frekvens, hvormed overskuddet falder under kritisk resultat øges fra 2 % til 3 %, er det så en forbedring? Den foreliggende teori giver ikke umiddelbart mulighed for at besvare dette spørgsmål, og indtil videre må valget derfor bero på subjektive vurderinger.

Man kan dog støtte sig til mere eller mindre simpelt baserede tommelfingerregler. Hvis fx kritisk resultat udtrykker grænsen for bedriftens fallit, og hvis bedriftens fallit indebærer fuldstændig tab af egenkapitalen, som fx udgør 5 mio. kr., så vil alternativet, som netop beskrevet, give anledning til en forøgelse af det forventede tab på 1 % af 5 mio., hvilket er 50.000 kr., mens den forventede gevinst er 125.000 kr.. Så ud fra denne simple beregning synes alternativet at være fordelagtigt. Men stor forsigtighed i anvendelse af sådanne meget ”grove” beregninger må tilrådes.

Mere generelt gælder, at anvendelsen af resultaterne til risikostyring (på det taktiske niveau) forudsætter at man forud har gjort sig klart, i hvilken retning, der skal styres. Udpegning af den retning, i hvilken der skal styres, sker på det strategiske niveau. En central forudsætning for anvendelse af resultaterne fra RiBay er derfor, at der forud (på det strategiske niveau) er foretaget en beskrivelse af den ønskede risikoprofil for virksomheden. Med risikoprofil menes her en beskrivelse af virksomhedens mål for indtjening udtrykt som forventet overskud til aflønning af egenkapitalen ($E(c)$), og en hertil hørende risiko udtrykt ved standardafvigelsen på overskud til egenkapitalen ($S(c)$) og sandsynligheden for at virksomheden må erklæres konkurs (går fallit).

En virksomheds risikoprofil kan illustreres som vist i figur 2.



Figur 2. Risikostyring fra A to O

I figuren måles standardafvigelsen på overskuddet på den vandrette akse og det forventede overskud på den lodrette akse. Det skraverede område under kurven viser det totale sæt af muligheder for virksomhedens valg af risikoprofiler, og afgrænsningen i form af selve kurven er

udtryk for de såkaldt efficiente risikoprofiler, dvs. de kombinationer af forventet overskud og risiko (standardafvigelse på overskud), hvor man ikke kan opnå større overskud uden at man samtidig må acceptere større risiko, eller hvor man ikke kan reducere risikoen uden at det samtidig går ud over det forventede overskud.

Forudsætningen er altså, at man på det strategiske niveau på forhånd har taget stilling til, hvor på kurven virksomheden ideelt skal befinde sig. I figuren er dette illustreret ved kombinationen $(S^*(c), E^*(c))$, udtrykt ved punkt O . Hvis den nuværende (aktuelle) profil aflæst fra resultatudskriften for basisscenariet (Faktisk) er fx $(S^a(c), E^a(c))$ (punkt A i figuren), så vil risikostyringen på det taktiske niveau bestå i at iværksætte risikostyringsinitiativer, der på den mest effektive måde bringer virksomheden i retning fra den aktuelle risikoprofil (punktet A) mod den ønskede risikoprofil (punktet O). I eksemplet her drejer det sig om at reducere risikoen, og samtidig tåle den nedgang i forventet overskud, der følger med. Hvis de to punkter havde været placeret omvendt ville opgaven være at øge det forventede overskud og samtidig tåle den hermed følgende stigning i risikoen.

Anvendelse af resultaterne fra de alternative scenarier afhænger altså af den relative placering af punkterne O og A i figur 2. Hvis punkterne er placeret som i figur 2 (dvs. at målet er en reduktion af risikoen standardafvigelsen), så anvendes resultatudskrifterne som følger:

Reduktion af risikoen:

Beregn for hver af de afprøvede (alternative) risikostyringsstrategier størrelserne $dE(c)$ og $dS(c)$, hvor $dE(c) = E^a(c) - E^s(c)$ og $dS(c) = S^a(c) - S^s(c)$. ($E^a(c)$ er som nævnt før er det forventede overskud i basisscenariet, $E^s(c)$ er det forventede overskud i det alternative scenarium, $S^a(c)$ er standardafvigelsen i basisscenariet og $S^s(c)$ er standardafvigelsen i det alternative scenarium). Det undersøges nu, om der er nogen af de afprøvede alternative risikostyringsstrategier, der opfylder betingelsen $dE(c)/dS(c) < (E^*(c) - E^a(c))/(S^*(c) - S^a(c))$. Såfremt det er tilfældet implementeres alternativet med den laveste værdi af $dE(c)/dS(c)$ først, og de oprindelige værdier af $E^a(c)$ og $S^a(c)$ erstattes nu med de værdier, som resultatet fra det betragtede alternativ viser. Proceduren gentages iterativt indtil betingelsen $dE(c)/dS(c) < (E^*(c) - E^a(c))/(S^*(c) - S^a(c))$ ikke længere opfyldes.

Hvis punkterne er placeret omvendt (dvs. at målet er en forøgelse af det forventede overskud), så anvendes resultatudskrifterne som følger:

Forøgelse af det forventede overskud:

Beregn for hver af de afprøvede (alternative) risikostyringsstrategier størrelserne $dE(c)$ og $dS(c)$, hvor $dE(c) = E^a(c) - E^s(c)$ og $dS(c) = S^a(c) - S^s(c)$. Det undersøges nu, om der er nogen af de afprøvede alternative risikostyringsstrategier, der opfylder betingelsen $dE(c)/dS(c) > (E^*(c) - E^a(c))/(S^*(c) - S^a(c))$. Såfremt det er tilfældet implementeres alternativet med den højeste værdi af $dE(c)/dS(c)$ først, og de oprindelige værdier af $E^a(c)$ og $S^a(c)$ erstattes nu med de værdier, som resultatet fra

det betragtede alternativ viser. Proceduren gentages iterativt indtil betingelsen $dE(c)/dS(c) > (E^*(c)-E^a(c))/(S^*(c)-S^a(c))$ ikke længere opfyldes.

Det er klart at det kan være vanskeligt forud (på det strategiske niveau) at tage stilling til, hvilken langsigtet risikoprofil, der er den ønskede og dermed den, man bør styre imod. Der foreligger for nærværende ikke egentlige operationelle metoder, men igangværende forskning og udvikling på dette område synes at indikere muligheder for udvikling af sådanne metoder.

Det skal bemærkes, at sammenligningen af den ønskede langsigtede risikoprofil ($S^*(c)$, $E^*(c)$) og den nuværende (aktuelle) profil ($S^a(c)$, $E^a(c)$) også kan anvendes til at identificere efficient risikostyringen på det operative niveau. Risikostyring på det operative niveau drejer sig om at tage stilling til dækning af likviditetsunderskud/placering af likviditetsoverskud ved afvigelse fra budgettet. Dækning af likviditetsunderskud kan ske gennem salg af aktiver, ved optagelse af lån eller ved indskud af egenkapital. Valget mellem disse tre muligheder følger samme principper som anført ovenfor. I appendiks 1 er der vist et eksempel.

Som afslutning på dette afsnit om fortolkning og anvendelse af resultatmål, skal der kort vendes tilbage til resultatmålet, relativ frekvens hvormed det økonomiske resultat falder under den kritiske værdi. Dette resultatmål er vanskelig at sætte ind i en egentlig operationel sammenhæng, fordi definitionen på likviditetsreserver, og konsekvensen af, at disse ikke er tilstrækkelige, ofte er uklar. En hensigtsmæssig formel definition må afvente yderligere forskning og udvikling.

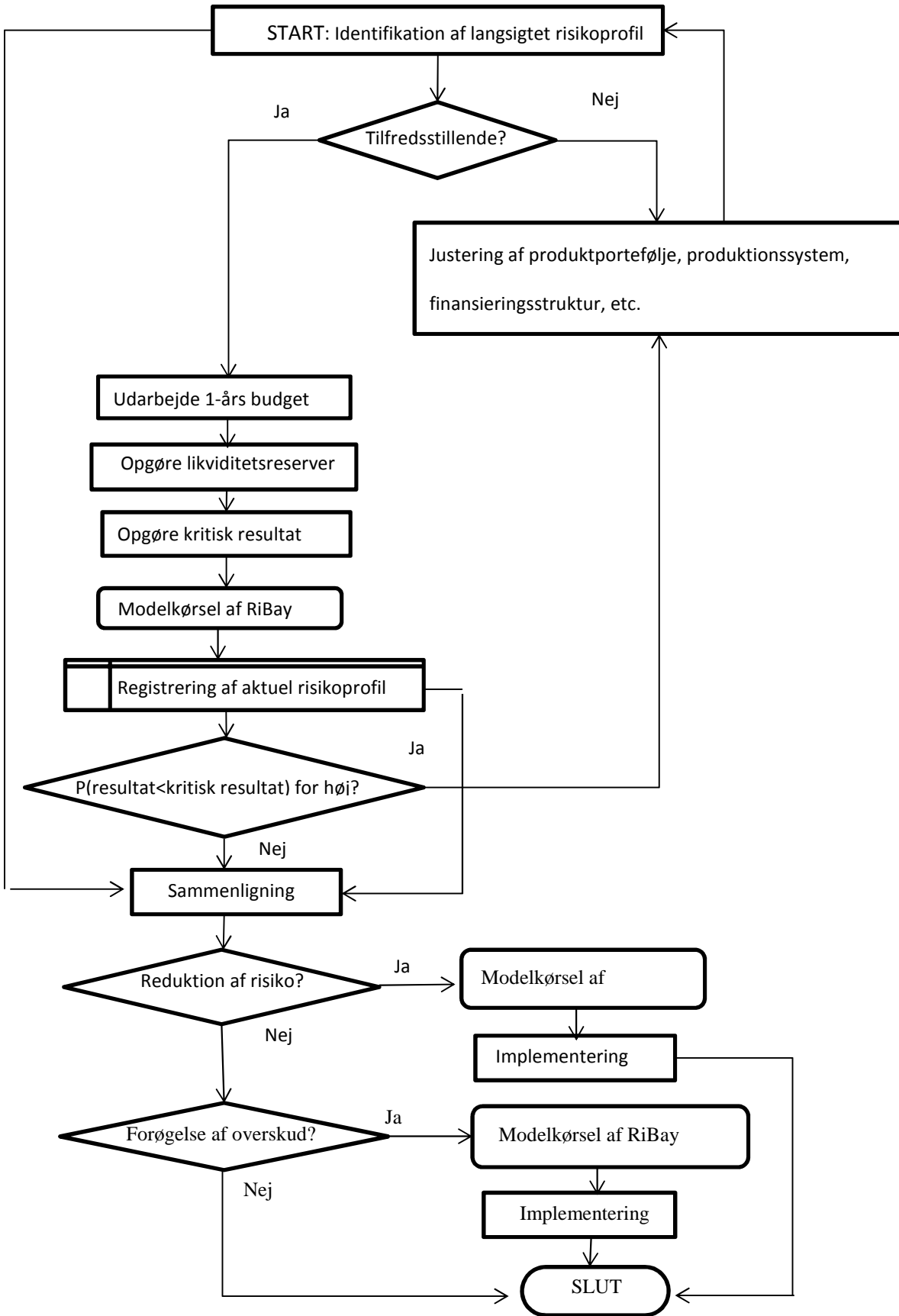
Den fortolkning, som udviklerne af RiBay indirekte har tillagt begrebet kritisk værdi, er, at det er en kritisk grænse forstået på den måde, at hvis det økonomiske resultat falder under denne grænse, så har det nogle ekstraordinære konsekvenser, og det vil kræve iværksættelse af ekstraordinære tiltag - og ikke blot "almindelig" risikostyring. Dette har følgende konsekvenser for fortolkning og anvendelse af resultaterne:

Det *første trin* i resultatanvendelsen vil være at betragte den relative frekvens hvormed det økonomiske resultat falder under den kritiske grænse. Hvis denne frekvens anses for at være for høj, så er der behov for ekstraordinære tiltag, som hører til på det strategiske niveau. Yderligere fortolkning og anvendelse af resultater som beskrevet ovenfor bør derfor *aflyses*, og de relevante interessenter indkaldes til "krisemøde", hvor de ekstraordinære tiltag planlægges og iværksættes. Yderligere anvendelse af modellen udskydes dermed til et senere tidspunkt.

Hvis resultatet af analysen på det første trin er, at den relative frekvens, hvormed virksomhedens overskud falder under den kritiske grænse, ikke anses for at være for høj, kan man gå videre til *andet trin*, som er en anvendelse af modellens resultater som beskrevet ovenfor.

10. Samlet oversigt – rutediagram

På næste side er anvendelsen af RiBay illustreret i et rutediagram.



11. Afslutning – Kom godt i gang

RiBay er tilgængelig på Internettet (<http://risiko-svinebrug.hugin.com/index.php/>). Endvidere er der udarbejdet en kortfattet vejledning ("Kom Godt i Gang") i anvendelse af modellen. Potentielle brugere af RiBay henvises hertil, hvis man vil godt i gang med brugen af RiBay.

Appendiks 1. Eksempel på operativ risikostyring.

Følgende eksempel anvendes til illustration af operativ risikostyring, som består i at vælge, om afvigelser i årets overskud bør dækkes gennem lånoptagelse eller gennem salg af aktiver.

Den i eksemplet anvendte virksomhed har et års-budget, der indebærer en ultimo-status med samlede aktiver på 10 mio., gæld på 5 mio. kr. og dermed egenkapital (EK) på 5 mio. kr. På gæld betales en fast rente på 6 % (R_B), hvilket indebærer en årlig renteudgift b på 300.000 kr.

Virksomheden betaler 25 % i skat (t_c). Virksomheden giver et forventet årligt kapitalafkast før renter ($E(a)$) på 800.000 kr. og der er således et forventet overskud til aflønning af egenkapitalen ($E(c)$) på 500.000 kr. Der er en driftsmæssig risiko udtrykt ved at kapitalafkastet før renter har en variationskoefficient ($CV=S(a)/E(a)$) på 25 %, hvilket indebærer, at standardafvigelsen $S(a)$ på det nuværende årlige kapitalafkast er $0,25 \cdot 800.000 = 200.000$ kr. Der regnes med renteomkostning til egenkapital (R_S) på 10 %. Dette indebærer at virksomhedens kalkulationsrente er på $R_{WACC} = 0,5 \cdot 0,10 + 0,5 \cdot 0,06 \cdot (1 - 0,25) = 0,0725$, dvs. 7,25 %.

I midten af budgetåret erkender virksomheden at høsten slår fejl, og at der må regnes med et tab på 400.000 kr., således at egenkapitalen ved årets slutning vil være 4,6 mio. kr. og ikke de 5 mio. kr. som oprindeligt budgetteret. Spørgsmålet er, om dette tab skal dækkes ved salg af aktiver eller ved lånoptagelse.

1) Salg af aktiver:

Vi antager at de sidst foretagne investeringer giver en kapitalforrentning netop svarende til kalkulationsrenten, og at de sidst foretagne investeringer på 400.000 blot kan "rulles tilbage" (aktiverne sælges) til samme beløb, hvortil de oprindeligt var købt.⁵ Salg af aktiver for 400.000 kr. indebærer derfor en nedgang i det årlige afkast til egenkapitalen på $0,0725 \cdot 400.000 = 29.000$ kr., således af $dE(c) = -29.000$ kr.. Forrentningen af egenkapitalen ($E(R)$) ændres dermed fra 0,10 til $(500.000 - 29.000)/4.600.000 = 0,1024$, hvorved $dE(R) = 0,0024$.

Forrentning af egenkapitalen beregnes som $R = c/EK$. Variansen på forrentning af egenkapitalen er

dermed $V(R) = \left(\frac{1}{EK}\right)^2 V(c)$, hvor $V(c)$ er variansen på aflønning af egenkapitalen. Ændringen i

variansen på forrentning af egenkapitalen er dermed lig med

$dV(R) = \left(\frac{1}{EK_b}\right)^2 V(c_b) - \left(\frac{1}{EK_a}\right)^2 V(c_a)$, hvor b refererer til "før" og a refererer til "efter".

Variansen på aflønning af egenkapitalen er i udgangssituationen kvadratet på standardafvigelsen $S(a)$, idet $S(c) = S(a)$, dvs. $V(c_b) = 200.000^2 = 40.000.000.000$. Antages uændret

⁵ Dette vil ofte være en urealistisk forudsætning. Betyder dog ikke noget for beregningsprincippet. Hvis der er tale om et mindre beløb anvendes blot dette.

variationskoefficient ($CV=0,25$) kan variansen på aflønning af egenkapitalen efter salg af aktiver ($V(c_a)$) beregnes ved løsning af $\frac{\sqrt{V(c_a)}}{800.000 - 29.000} = 0,25$. Løsning af denne ligning giver $V(c_a) = 37.152.562.500$. Herefter kan $dV(R)$ beregnes som

$$dV(R) = \left(\frac{1}{5.000.000}\right)^2 40.000.000.000 - \left(\frac{1}{4.600.000}\right)^2 37.152.562.500 = -0,00016$$

Det betyder at vi nu kan beregne $dE(c)/dV(R)$ som: $\frac{dE(c)}{dV(R)} = \frac{-29.000}{-0,00016} = 186.145.417$

2) Optagelse af lån

Finansiering af underskuddet ved optagelse af lån vil indebære en øget renteudgift på $400.000 * 0,06 * (1 - 0,25) = 18.000$ kr. således at $dE(c) = -18.000$ kr.. Forrentningen af egenkapitalen ($E(R)$) ændres dermed fra 0,10 til $(500.000 - 18.000) / 4.600.000 = 0,1048$, hvorved $dE(R) = 0,0048$.

Variansen på aflønning af egenkapitalen ($V(c)$) ændres ikke ved optagelse af et lån. Ændringen i variansen på forrentning af egenkapitalen beregnes derfor som:

$$dV(R) = \left(\frac{1}{5.000.000}\right)^2 40.000.000.000 - \left(\frac{1}{4.600.000}\right)^2 40.000.000.000 = -0,00029$$

Det betyder at vi nu kan beregne $dE(c)/dV(R)$ som: $\frac{dE(c)}{dV(R)} = \frac{-18.000}{-0,00029} = 61.992.188$

Sammenligning

Såfremt det overordnede mål er at reducere risikoen skal man vælge alternativet med den laveste værdi af $dE(c)/dV(R)$. I eksemplet her har lånoptagelse den laveste værdi, og anbefalingen er derfor, at underskuddet på de 400.000 kr. skal dækkes ved optagelse af lån. I eksemplet her behøver man dog ikke engang betragte relationen $dE(c)/dV(R)$ for at træffe det rigtige valg. Lånoptagelse har både lavere nedgang i forventet indtjening ($18.000 < 29.000$) og en større reduktion af risikoen ($0,00029 > 0,00016$). Derfor er lånefinansiering af de 400.000 kr. i dette eksempel fordelagtig uanset det overordnede mål.